# Advies voor commissie Van Beek m.b.t. de statistische controle van de elektronische stemmenteller

Prof. dr. Ernst C. Wit
Hoogleraar Statistiek en Kansrekenen
JBI, Rijksuniversiteit Groningen

16 januari 2015

**Samenvatting**

De commissie Van Beek adviseert de invoering van een stemprinter waarmee de kiezer een keuze maakt voor een verkiezing en die de keuze print op een stembiljet. Het belangrijkste argument om de stemprinter in te voeren is het vergroten van de toegankelijkheid voor de kiezer (meer kiezers zouden dan zelfstandig kunnen stemmen). Daarnaast adviseert de commissie om een stemmenteller in te voeren om de papieren stembiljetten elektronisch te tellen. Het argument voor elektronisch tellen is dat het tellen dan sneller en waarschijnlijk nauwkeuriger zal kunnen verlopen dan het handmatig tellen van de stembiljetten.

De commissie wil dat de stemmenteller functioneel goed werkt en ook goed beveiligd is. Daarvoor heeft de commissie eisen geformuleerd. De commissie is echter van mening dat het niet voldoende is om te vertrouwen op die eisen. De commissie is van mening dat een controle op de juistheid van de elektronisch getelde stemmen onontbeerlijk is om vertrouwen te kunnen hebben op de juiste werking van de stemmenteller.

In deze notitie stellen we een Controllerende Toevalssteekproef voor die per stemmenteller een aantal stembiljetten en geregistreerde elektronische stemmen checkt of ze kloppen. We laten zien hoe de steekproefgrootte en acceptatiegrenzen het mogelijk maken om iedere foutenmarge met ieder gewenste betrouwbaarheid te kunnen detecteren. Afhankelijk van de eisen die gesteld worden, worden er per stemmenteller een specifiek aantal stemmen handmatig gecontroleerd. Worden er geen afwijkingen gevonden, dan wordt de uitkomst van de elektronische stemmenteller overgenomen. Worden er een of meer afwijkingen gevonden, dan wordt de stembus handmatig geteld.

### Een voorbeeld van de controlerende steekproef in actie

We beginnen dit stuk met een mogelijk scenario van de statistische toets in actie. Hiermee kan de impact van bepaalde begrippen worden gezien in een realistische context. De keuzes t.a.v. de statistische zekerheden die gemaakt worden, zijn slechts als voorbeeld bedoeld.

Stel, er wordt besloten om aan een individuele stemmenteller een foutenmarge van 3% toe te staan. Bovendien, als een stemmenteller een foutenmarge heeft die groter is dan 3%, dan moet dit met 95% betrouwbaarheid worden opgespoord. Op basis van deze twee getallen wordt er een steekproefgrootte van 50 voor de Controlerende Toets berekend (zie tabel 1): dit bestaat uit een controle van 50 stembiljetten en 50 stemregistraties. Via een randomiserend apparaat worden in totaal 100 controles uitgevoerd, bestaande uit het controleren op het bestaan en juistheid van 50 biljetten die elektronisch zijn geregistreerd, en het controleren op het bestaan en juistheid van 50 elektronische telregistraties van de papieren stembiljetten.

Stel, er wordt 1 foutieve registratie gevonden. Op dat moment kan niet met voldoende betrouwbaarheid worden gezegd dat de foutenmarge onder de 3% ligt (letterlijk: de kans op maximaal 1 fout in 100 controles als de foutenmarge al 3% is, is groter dan $100\% - 95\% = 5\%$). Op dat moment wordt er besloten om deze specifieke stemmenteller niet verder te gebruiken en om tot een handtelling over te gaan.

# 1 Inleiding

In 2007 heeft het kabinet besloten om het stemmen met stemmachines/stemcomputers niet meer toe te staan. Sindsdien wordt in Nederland met een rood potlood en papier gestemd en worden de stembiljetten handmatig geteld.

In opdracht van minister Plasterk van Binnenlandse Zaken en Koninkrijksrelaties heeft de commissie Van Beek in 2013 onderzocht of en hoe er (opnieuw) elektronisch gestemd kan worden. De commissie Van Beek concludeerde in zijn rapport "Elke stem telt" in december 2013 dat de tijd rijp is om weer elektronische apparatuur te gebruiken bij het stem- en telproces. De commissie stelt voor, in navolging van de commissie Korhals Altes, een stemprinter en stemmenteller in te voeren. In het concept van de commissie is de kiezer verantwoordelijk voor het controleren van het stembiljet, i.e., komt wat er geprint is overeen met wat de kiezer heeft willen kiezen? Het stembureau is in dit concept verantwoordelijk voor het controleren van de juiste werking van de stemmenteller.

Het kabinet heeft hier in maart 2014 op gereageerd door aan te kondigen de voorstellen van de commissie op de haalbaarheid te zullen onderzoeken. In september 2014 heeft minister Plasterk van Binnenlandse Zaken en Koninkrijksrelaties (BZK) de commissie Van Beek aanvullende vragen gesteld over het beveiligingsniveau, het invoeringstijdpad en de kosten van de stemprinter en stemmenteller die zij heeft geadviseerd in te voeren. De minister wil weten wat de gevolgen zijn van het door de commissie voorgestelde beveiligingsniveau van de stemprinter en de stemmenteller. Het gaat bijvoorbeeld om de complexiteit en risico's van het ontwikkelingstraject van de systemen, het geschetste invoeringstijdpad en

de kosten.

In november 2014 heeft de commissie Van Beek de ondergetekende benaderd om de haalbaarheid van een statistische controle van de stemmenteller te bestuderen. Dit document bevat een statistisch advies, waarbij formele juistheid, eenvoud & transparantie en practische haalbaarheid een belangrijke rol hebben gespeeld. Het stuk is echter beschrijvend van aard en de keuze welke foutenmarge en detectie kans gekozen zouden moeten worden, wordt overgelaten aan de commissie.

## 2 Controle van de stemmenteller

In de voorstellen van de commissie Van Beek worden er twee nieuwe componenten in het stemproces ingevoerd:

1. Allereerst wordt het stemmen met een rood potlood op een papieren stembiljet vervangen door het maken van een keuze op de stemprinter dat vervolgens een papieren stembiljet met daarop de gemaakte keuze uitprint. De kiezer deponeert vervolgens, net zoals nu, het papieren stembiljet in de stembus.

2. Na het sluiten van de stembus worden de papieren stembiljetten eerst uitgevouwen, gestapeld en vervolgens gescand met gebruikmaking van de stemmenteller. De stemmenteller moet op elk papieren stembiljet printen wat er gescand is. De stemmenteller genereert vervolgens een telresultaat waarin de gescande stemmen worden vermeld plus het totaal van de uitgebrachte stemmen per lijst en het totaal van de uitgebrachte stemmen per kandidaat. Ook vermeldt het telresultaat het aantal blanco uitgebrachte stemmen.

Het telresultaat van de stemmenteller zou in beginsel moeten overeenstemmen met het aantal toegelaten kiezers. Het aantal toegelaten kiezers bepaalt het stembureau door het aantal stempassen, kiezerspassen en schriftelijke volmachten op te tellen. Het aantal toegelaten kiezers en het aantal uitgebrachte stemmen (geldig plus ongeldig) moet gelijk zijn. Als het aantal niet gelijk is moet, conform de huidige regelgeving en telinstructie, het stembureau opnieuw tellen. Blijft ook na het opnieuw tellen er een verschil bestaan dan dient het stembureau in het proces-verbaal daar een verklaring voor te geven. De processen-verbaal van de stembureaus vormen de basis voor het centraal stembureau om de uitslag van de verkiezing te bepalen. Het centraal stembureau kan besluiten om een hertelling te laten uitvoeren in een, enkele of alle stembureaus.

Dit document gaat louter in op de controle van de met de stemmenteller getelde papieren stembiljetten. De vraag die we zullen beantwoorden in dit rapport kan als volgt worden geformuleerd:

> *Hoe kan door middel van handmatige steekproeven statistisch worden gecontroleerd dat de uitslag van de stemmenteller de juiste is, rekening houdend met de randvoorwaarden gesteld door het electoraal process?*

Het is bovendien van belang dat keuze voor de statistische methode zowel kan worden toegepast op gemeenteraadsverkiezingen (GR), provinciale statenverkiezingen (PV), Tweede Kamerverkiezingen (TK), verkiezing van de leden van het Europees Parlement (EP) en raadgevende referenda.

## 2.1 Fouten in het telprocess

Op dit moment worden stemmen uitgebracht op een groot stembiljet dat met een rood potlood wordt ingekleurd. Bij het tellen van dit stembiljet worden fouten gemaakt. Er zijn meerdere oorzaken voor die fouten, zoals het formaat van het stembiljet, de vele kandidaten, de stappen die moeten worden doorlopen bij het tellen, etc. Er is geen onderzoeksmateriaal beschikbaar aan de hand waarvan zou kunnen worden vastgesteld of deze fouten al dan niet systematisch van aard zijn. Staatssecretaris Bijleveld-Schouten gaf destijds, naar aanleidingen van telfouten bij de gemeenteraadsverkiezingen in maart 2010, aan niet te weten wat de foutenmarge was in handmatige tellingen [Tweede Kamer].

Tegen deze achtergrond wordt nu voorgesteld om de papieren stembiljetten elektronisch te tellen door middel van een stemmenteller. De kwaliteitseisen aan deze stemmenteller zouden in beginsel moeten waarborgen dat de stemmenteller functioneel correct zal werken. Echter ook een correct werkende stemmenteller zal niet alle stembiljetten altijd correct tellen. Dat is inherent aan de scantechnologie. Daarnaast is er de dreiging dat de werking van de stemmenteller gemanipuleerd zou kunnen worden en dat de stemmenteller als gevolg daarvan niet correct de papieren stembiljetten verwerkt.

Aangezien de commissie transparantie en controleerbaarheid van het telproces voorstaat is het van belang dat er bij iedere verkiezing een onafhankelijke toets komt die vaststelt of de gebruikte stemmenteller correct de papieren stembiljetten heeft verwerkt. Het onderscheid of het hierbij gaat om gerichte manipulatie van buiten, een technisch mankement of een softwarefout, is in principe irrelevant voor dit document en zullen ieder gewoonweg als fout worden aangemerkt.

In principe kunnen er twee soorten fouten worden gemaakt:

1. Een uitgebrachte stem wordt door de stemteller ten onrechte aan een andere partij of een andere kandidaat toegewezen, of niet geregistreerd.

2. De stemmenteller telt een stem, waar nooit een stem is uitgebracht.

## 2.2 Toetsen op fouten

De persistentie van papier stembiljetten maakt het mogelijk om het resultaat van de stemming te toetsen op numerieke juistheid. Dit kan gebeuren voor een TK, EP, PV, GR en raadgevende referenda. Om de statistische toets schaalbaar te maken voor elk soort verkiezing over verschillende groottes van gemeenten kiezen wij in dit document ervoor om de kleinste eenheid, i.e. de individuele stemmenteller, het object van de toets te maken. Daar zijn in principe een aantal mogelijkheden voor. We bespreken hier twee mogelijke steekproef scenario's.

1. **Tellende Toets.** Een toevalssteekproef over de hele verkiezingseenheid met als doel om te controleren of de waargenomen stemratio's door de elektronische stemmenteller overeenstemmen met de ratio's in de handgetelde toets.

2. **Controlerende Toets.** Een toevalssteekproef over de hele verkiezingseenheid met als doel om te controleren of er fouten, zoals bijvoorbeeld beschreven in de vorige paragraaf, zijn gemaakt.

Het nadeel van de eerste soort van toets, i.e. de Tellende Toets, is dat de steekproefgrootte in principe afhangt van de relatieve fracties van de waargenomen stemmen door de elektronische stemmenteller. Dit maakt het fundamenteel onmogelijk om vooraf een steekproefgrootte vast te stellen, zonder extra aannames. Zulke aannames zijn natuurlijk wel mogelijk — bijvoorbeeld, als als stemeenheid het hele land wordt genomen in het geval van een TK verkiezing, dan zouden onder bepaalde aannames het mogelijk zijn om een steekproefgrootte vooraf te bepalen om de verdeling van de restzetel mogelijk te maken [Gill, 2013]. Het is echter erg lastig om aannames te maken die zowel voor TK of EP verkiezingen, en ook voor PV, GR of raadgevende referenda gelden.

De tweede soort van toets is conceptueel eenvoudiger. Het controleert enkel en alleen *of* en *hoeveel* fouten er zijn gemaakt door de stemmenteller. Dit kunnen fouten zijn zowel van de eerste (i.e. het toewijzen van stemmen aan de verkeerde of geen enkele partij of kandidaat) als tweede (i.e. het tellen van spookstemmen, d.w.z. stemmen waarvan geen overeenkomstig papieren stembiljet bestaat) soort zijn. Een nadeel van deze tweede soort toets dat het geen onderscheid maakt in de type fout die gemaakt wordt. Een systematische fout in de stemmenteller kan in principe niet worden onderscheiden van een willekeurige fout: een stemmenteller die eens in de 100 stembiljetten een willekeurige fout maakt is in de controlerende toets even goed als een stemmenteller die de stemmen van een kandaat met 1% van de stemmen systematisch aan een andere kandidaat toeschrijft.

Voorlopig hebben leden van de commissie Van Beek aangegeven (in een direct gesprek met ondergetekende, 7/11/2014) een Controlerende Toets te prefereren. Het is belangrijk om hierbij te realiseren dat de doorzichtigheid van een Controlerende Toets in bepaalde gevallen een grotere steekproefgrootte tot gevolg zal hebben, met name voor TK en EP verkiezingen — hoeveel groter hang af van de omstandigheden. Daartegenover staat dat de Controlerende Toets inherent eenvoudiger en inzichtelijker is dan een Tellende Toets.

## 2.3 Kansen op fouten

Er zijn drie kansen die in ogenschouw moeten worden genomen. In deze paragraaf leggen we uit wat deze drie kansen zijn en hoe zij de grootte en werking van de Controlerende Toets beinvloeden.

Staatssecretaris Bijleveld-Schouten heeft destijds aangegeven een foutenmarge van 0% na te streven [Tweede Kamer]. Dit streven is door de commissie Van Beek vertaald door hoge eisen aan de stemmenteller te stellen. Echter, om te weten of de stemmenteller ook werkelijk een foutenmarge van 0% haalt, zou iedere geregistreerde stem en ieder geprint stembiljet moeten worden gecontroleerd door de Controlerende Toets. Als men echter bereid is om een kleine foutenmarge toe te staan, dan hoeven niet alle biljetten te worden

gecontroleerd. De toegestane foutkans wordt vaak de *marge* genoemd. Het is belangrijk dat de hoogstwaarschijnlijk kleine foutenmarge die wordt nagestreefd door de makers van stemmenteller (en die gedeeltelijk inherent is aan de scantechnologie) wordt onderscheiden van de foutenmarge die de Controlerende Toets wordt geëist te detecteren. In dit stuk hebben we het over deze laatste kans

**Foutenmarge ($m$).** De toegestane fractie van foutieve tellingen door de stemmenteller.[1]

Vanaf nu zullen we met uitdrukking "Stemmenteller OK" bedoelen dat de foutenmarge onder $m$ ligt voor die individuele stemmenteller. Een stemmenteller waar iets mee mis is ("Stemmenteller fout") betekent een stemmenteller met foutenmarge boven de $m$. Als er een steekproef wordt genomen, waarna een beslissing volgt over het al dan niet goed werken van de stemmenteller, dan zijn er in principe vier mogelijke uitkomsten mogelijk, aangegeven in de volgende tabel.

| | Steekproef | |
|---|---|---|
| | OK | verdacht |
| Stemmenteller OK | Goed | Fout 1 |
| Stemmenteller fout | Fout 2 | Goed |

In tegenstelling tot het gebruikelijke hypothese toetsen, zoals gebruikt in de wetenschap of farmaceutische industrie, is de burger voornamelijk geïnteresseerd in de kans op de fout van de tweede soort, namelijk,

**Kans op Fout 2 ($\beta$).** De waarschijnlijkheid dat de steekproef niet detecteert als er werkelijk iets mis is met de stemmenteller.

In principe zouden we graag deze kans zo klein mogelijk willen houden. Dat wil zeggen, als een bepaalde stemmenteller een foutenmarge heeft die hoger is dan $m$, dan zouden we dit zo graag met 100% zekerheid willen vaststellen. In principe zou dan de hele stembus met de hand gecontroleerd moeten worden in een Controlerende Toets. Als men bereid is om een foutenmarge die groter is dan $m$ niet te detecteren met een kleine kans $\beta$, dan kan de omvang van de Controlerende Toets worden verkleind.

Een mogelijke uitkomst van de Controlerende Toets is dat de stemmenteller foutief *lijkt* te werken en dat derhalve de telling met de hand moet worden overgedaan. Natuurlijk is het onwenselijk om tot een handtelling over te gaan als de foutenmarge toch binnen de perken is gebleven zoals hij hierboven gesteld is. De mate van onwenselijkheid wordt beschreven de kans van de eerste soort:

**Kans of Fout 1 ($\alpha$).** De waarschijnlijkheid dat de steekproef zegt dat er iets mis is met de stemmenteller, terwijl dit niet het geval is.

[1]De werkelijke foutenmarge is de theoretische fout inherent aan de stemmenteller. Alleen als de Controlerende Steekproef erg groot is, komt deze overeen met de relatieve fractie van het aantal gedetecteerde fouten.

Hoewel het mogelijk is om pas over te gaan tot een volledige handtelling als de Controlerende Steekproef minimaal een bepaald aantal foutieve registraties heeft gevonden en op die manier de kans $\alpha$ beperkt te houden, heeft de commissie aangegeven om in het belang van eenvoud dit achterwege te willen laten.

# 3 Risicomijdende controlerende steekproef

In de voorafgaande paragraaf zijn drie kansen op fouten benoemd.

1. Ten eerste is er de mogelijke fysische fout van de stemmenteller zelf. Dat wil zeggen, de relatieve fractie $m$ van stemmen die het verkeerd toewijst aan kandidaten en/of partijen *of* de relatieve fractie $m$ van geregisteerde stemmen door de stemmenteller die niet overeenkomen met een fysiek stembiljet.

2. Vervolgens zijn er twee statistische fouten, geassocieerd met de nauwkeurigheid met de steekproef, i.e.,

   (a) de non-detectie kans $\beta$ dat de stemmenteller op basis van de steekproef ten onrechte goed functionerend wordt bevonden (fout 2);

   (b) de kans $\alpha$ dat de stemmenteller op basis van de steekproef ten onrechte foutief wordt bevonden (fout 1).

Door middel van grote Controlerende Steekproeven is het in principe mogelijk om een willekeurig kleine foutenmarge $m$ van de stemmenteller te ontdekken met een willekeurige precisie $(1-\beta)$. De commissie heeft besloten om ter wille van de eenvoud de kans $\alpha$ niet verder te willen controleren. Dit betekent dat zodra de Controlerende Steekproef een stemmenteller niet met precisie $1-\beta$ kan zeggen dat de marge onder de $m$ ligt, er automatisch zal worden besloten tot een handtelling.

De statistische techniek om deze fouten te beheersen is ontwikkeld en beschreven in Stark [2008], Lindeman and Stark [2012] en wordt de risicomijdende controletellingen genoemd. Het is toegepast in California en kan worden aangepast aan de Nederlandse situatie. Gill [2013] beschrijft een mogelijke toepassing van deze methodologie op landelijk TK niveau. In deze notitie geven we een beschrijving op het niveau van de individuele stemmenteller. In tegenstelling tot Stark [2008], Lindeman and Stark [2012] en Gill [2013] zullen wij de marge $m$ in eerste instantie niet direct verbinden aan de uitslag van de verkiezingen, maar aan een acceptabel niveau voor een stemmenteller.

Het achterliggende idee van de risicomijdende controletellingen is om een steekproef ter grootte van $n$ stembiljetten te doen en het aantal afwijkingen te tellen ten opzichte van de elektronische stemmenteller.[2] Vervolgens worden twee scenarios onderscheiden:

[2] De steekproefgrootte $n$ volgt uit een gekozen combinatie van toegestane marge $m$, de toegestane non-detectie kans $\beta$ *en* het aantal toegestane gevonden afwijkingen. Om de steekproefgrootte zo klein mogelijk te houden, zullen we geen enkele gedetecteerde afwijking toestaan in de steekproef.

- **Aantal afwijkingen = 0.** Het aantal afwijkingen van de controlerende steekproef ten opzichte van de elektronische uitslag is dusdanig klein, dat

$$P(\text{aantal afwijkingen} = 0 \text{ terwijl foutenmarge stemmenteller} > m) \leq \beta,$$

  de kans dat er geen fouten worden waargenomen terwijl de stemmenteller net niet acceptabel presteert, klein is. Derhalve kan worden aangenomen dat de stemmenteller correct werkt. In dat geval zal de elektronische uitslag worden geaccepteerd en als zodanig worden doorgegeven aan een centrale instantie.

- **Aantal afwijkingen = C ≥ 1.** Het aantal afwijkingen van de controlerende steekproef ten opzichte van de elektronische uitslag is dusdanig groot, dat

$$P(\text{aantal afwijkingen} \leq C \text{ terwijl foutenmarge stemmenteller} > m) > \beta,$$

  de kans dat er zo veel fouten worden waargenomen consistent is met een stemmenteller die niet acceptabel presteert. Derhalve wordt er — mogelijkerwijze foutief, maar voor de zekerheid — aangenomen dat de stemmenteller niet correct werkt, en zal er worden overgegaan op een handmatige telling van de hele stembus.

## 3.1 Toevalssteekproef

De gehele analyse is gebaseerd op het feit dat er zowel een *toevalssteekproef*[3] getrokken kan worden uit de stembiljetten als uit de elektronische stemuitdraai. Vanuit een practische standpunt stellen wij voor om de volgende procedure aan te houden:

1. Een centrale onafhankelijke instantie presenteert elk stembureau met een gesloten en verzegelde envelop met random gegenereerde volgnummers. Omdat stembureaus verschillende aantallen stemmen te verwerken krijgen worden er verschillende lijsten geleverd, waarbij de getrokken getallen variëren van 1 tot en met verscheidene maxima (e.g. 500, 750, 1000, 2000, 3000, 5000).[4]

2. Het stembureau kiest de envelop met random getallen dat behoort bij het kleinste maximale nummer dat groter is dan het aantal uitgebrachte stemmen. Iedere envelop bevat twee lijsten met getallen: een die hoort bij de fysieke stembiljetten en een die hoort bij de stemmenprinteruitdraai.

3. Er vinden twee type controles plaats: een controle van een aantal fysieke stembiljetten volgens de ene lijst en een controle van een aantal stemregistraties op de telstrook volgens de andere lijst. Het aantal controles voor iedere lijst is gelijk aan het aantal zoals gegeven in tabel 1.

[3]Wat ten alle tijden moet worden vermeden is om de keuze van de steekproef uit te voeren op een systematische wijze (bijvoorbeeld "elke tiende stembiljet") of willekeurige wijze (bijvoorbeeld "her en der wat stembiljetten controleren"). Deze wijze van sampelen speelt mogelijkerwijs een systematische fout in de kaart en bovendien invalideert alle probabilistische berekeningen die in deze notitie worden uitgevoerd.

[4]Het aantal stemmen dat per stembureau wordt uitgebracht kan enorm verschillen: van een paar honderd tot wel een paar duizend. De berekeningen hangen echter in geen enkele wijze af van het aantal uitgebrachte stemmen. Wel van belang is de grootte van de steekproef. De groter de steekproef, de groter de zekerheid over de werkelijke foutenmarge van de stemmenteller.

(a) Tellend vanaf het bovenste stembiljet worden precies die stembiljetten gecontroleerd die overeenkomen met de random nummers in de eerste lijst. Voor de controle van een fysiek stembiljet moet worden gekeken of de stem geregistreerd is en wel voor de juiste kandidaat en partij.

(b) Tellend van de bovenste stemregistratie worden precies die registraties gecontroleerd die overeenkomen met de random nummers in de tweede lijst. Bij elke telregistratie moet het corresponderende biljet in de stapel gezocht worden en de tekst op het biljet moet overeenkomen met de tekst op de telstrook.

4. Voor ieder van de twee controles geldt dat nummers op de lijst die groter zijn dan het totale aantal stembiljetten en elektronische registraties, respectievelijk, worden overgeslagen, net zo lang totdat de hele steekproef is vervuld.

In het onderstaande noemen we de steekproefgrootte $n$ en definiëren de variabele,

$T_n$ = aantal gevonden afwijkingen van stemmenteller t.o.v. steekproef ter grootte $n$.

Een afwijking is gedefinieerd als,

- een papieren stembiljet in de steekproef die niet geteld is door de stemmenteller.
- een papieren stembiljet in de steekproef die aan de verkeerde partij of kandidaat is toegekend. (Deze fout kan mogelijkerwijs worden geteld als twee afwijkingen, namelijk een fout bij de niet-gekozen partij/kandidaat en een fout bij de gekozen partij/kandidaat. Deze definitie wordt door Lindeman and Stark [2012] aangehangen. Wij zien het in deze notitie als een afwijking, met name omdat we in eerste instantie niet naar de effecten van de fout op de uitslag kijken, maar naar de foutenmarge van de stemmenteller zelf.)
- een elektronisch geregistreerde stem die niet voorkomt als papieren stembiljet.

## 3.2 Aanbevelingen voor steekproefgrootte

We precisieren nu de oorspronkelijke onderzoeksvraag als volgt:

> Hoe groot moet de steekproef zijn om er met kans $1 - \beta$ zeker van te zijn dat een stemmenteller met foutenmarge $m$ wordt gedetecteerd.

**Om de steekproef zo klein mogelijk te houden, zal een stemmenteller alleen als betrouwbaar worden bestempeld als er in de steekproef geen afwijkingen worden gevonden.** De totale steekproefgrootte kan worden bepaald via de volgende formule,

$$n = \frac{\log \beta}{\log(1-m)}.$$

Voor iedere afzonderelijk controle moet de steekproefgrootte door tweeë worden gedeeld en worden afgerond naar boven. In tabel 1 staan de noodzakelijke steekproefgroottes

voor ieder van de twee afzonderlijke controles, i.e. de controle van de stembiljetten en de controle van de elektronische registraties om een bepaalde detectie kans van een foutief functionerende stemmenteller te behalen. Bijvoorbeeld, als de steekproefgrootte gelijk is aan 50 van beide controles, dan is de kans 95% om een stemmenteller met foutenmarge van 3% te detecteren.

# Referenties


R. Gill. Statistical audits for elections. In *Bijlagen "Elke Stem Telt"*, pages 243–260, 2013.

Mark Lindeman and Philip B Stark. A gentle introduction to risk-limiting audits. *IEEE Security and Privacy*, 10(5):42, 2012.

Philip B Stark. Conservative statistical post-election audits. *The Annals of Applied Statistics*, pages 550–581, 2008.

Tweede Kamer. *Verslag van Algemeen Overleg*, number 22 in 31 142, 13 april 2010.

| marge $m$ | detectie kans $1-\beta$ | steekproef grootte |
|---|---|---|
| 0.005 | 0.995 | 529 |
| | 0.990 | 460 |
| | 0.970 | 350 |
| | 0.950 | 299 |
| | 0.900 | 230 |
| 0.010 | 0.995 | 264 |
| | 0.990 | 230 |
| | 0.970 | 175 |
| | 0.950 | 150 |
| | 0.900 | 115 |
| 0.020 | 0.995 | 132 |
| | 0.990 | 114 |
| | 0.970 | 87 |
| | 0.950 | 75 |
| | 0.900 | 57 |
| 0.030 | 0.995 | 87 |
| | 0.990 | 76 |
| | 0.970 | 58 |
| | 0.950 | 50 |
| | 0.900 | 38 |
| 0.040 | 0.995 | 65 |
| | 0.990 | 57 |
| | 0.970 | 43 |
| | 0.950 | 37 |
| | 0.900 | 29 |
| 0.050 | 0.995 | 52 |
| | 0.990 | 45 |
| | 0.970 | 35 |
| | 0.950 | 30 |
| | 0.900 | 23 |
| 0.100 | 0.995 | 26 |
| | 0.990 | 22 |
| | 0.970 | 17 |
| | 0.950 | 15 |
| | 0.900 | 11 |

Tabel 1: De noodzakelijke steekproefgrootte voor zowel de controle van de stembiljetten als van de controle van de elektronische telregistraties om een stemmenteller met foutenmarge $m$ met betrouwbaarheid $1-\beta$ te detecteren. Alleen steekproeven zonder waargenomen afwijkingen leiden tot acceptatie van de elektronische stemmentelling. Als er afwijkingen worden gevonden in een van de twee controles (of beiden) dan zal dit leiden tot een handtelling.